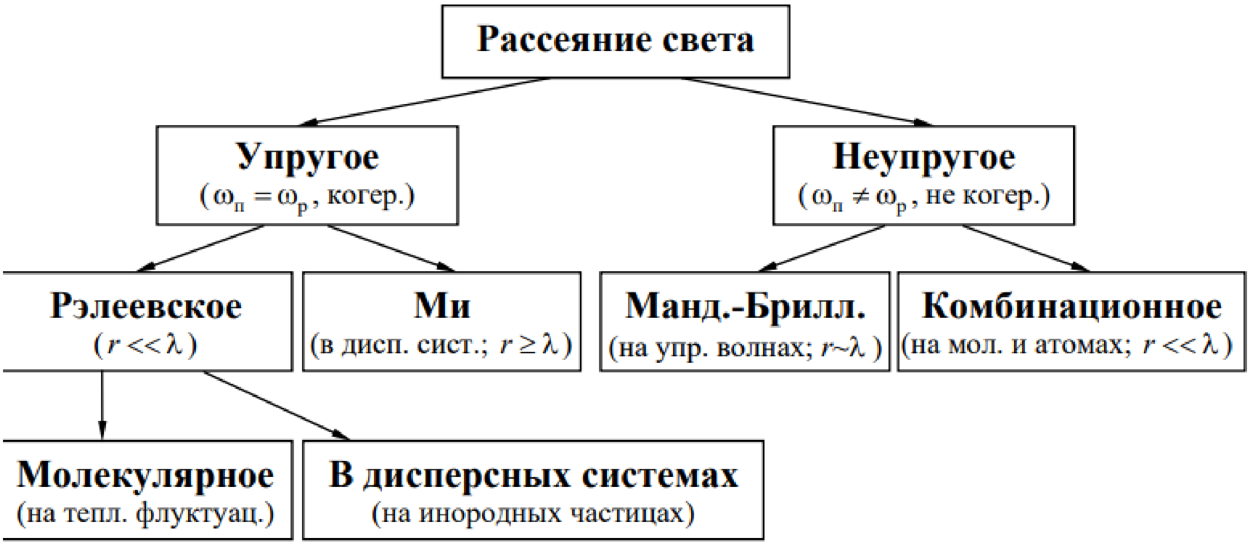
К билетам 40 и 41.

Когда свет проходит через оптически неоднородную среду, с ним происходят приколы. Дисперсия – это лайтовый вариант, там среда была однородной, но и там была куча приколов. Дисперсия в анизотропных средах – ещё хуже, но свет там хотя бы напрямик идёт. А ща вообще жесть будет.

Рассеяние делится на «простое» - когда хотя бы итоговая волна той же частоты, что и исходная. Напомним, что при дисперсии частота и период волны не меняются – меняются скорость и длина волны! Только неоднородность среды может изменить частоту. А может и не изменить. Если не меняет, то это «простое» рассеяние, которое называется упругим. А есть ещё «сложное» - неупругое, где частота таки меняется.

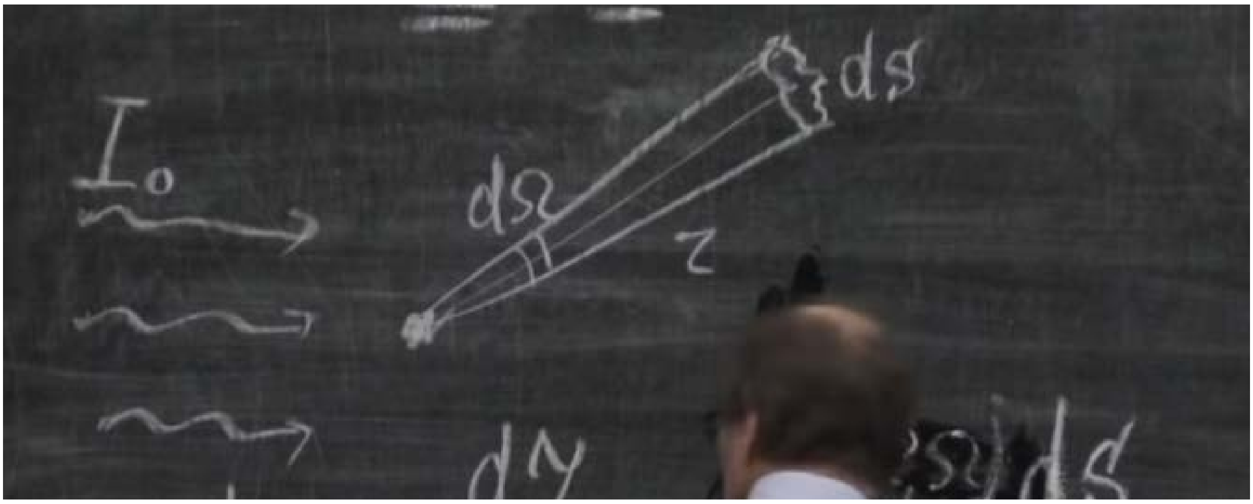


В свою очередь, упругое рассеяние делится по пространственным масштабам. Если характерные масштабы неоднородности много меньше длины волны, то это Релей, иначе Ми.

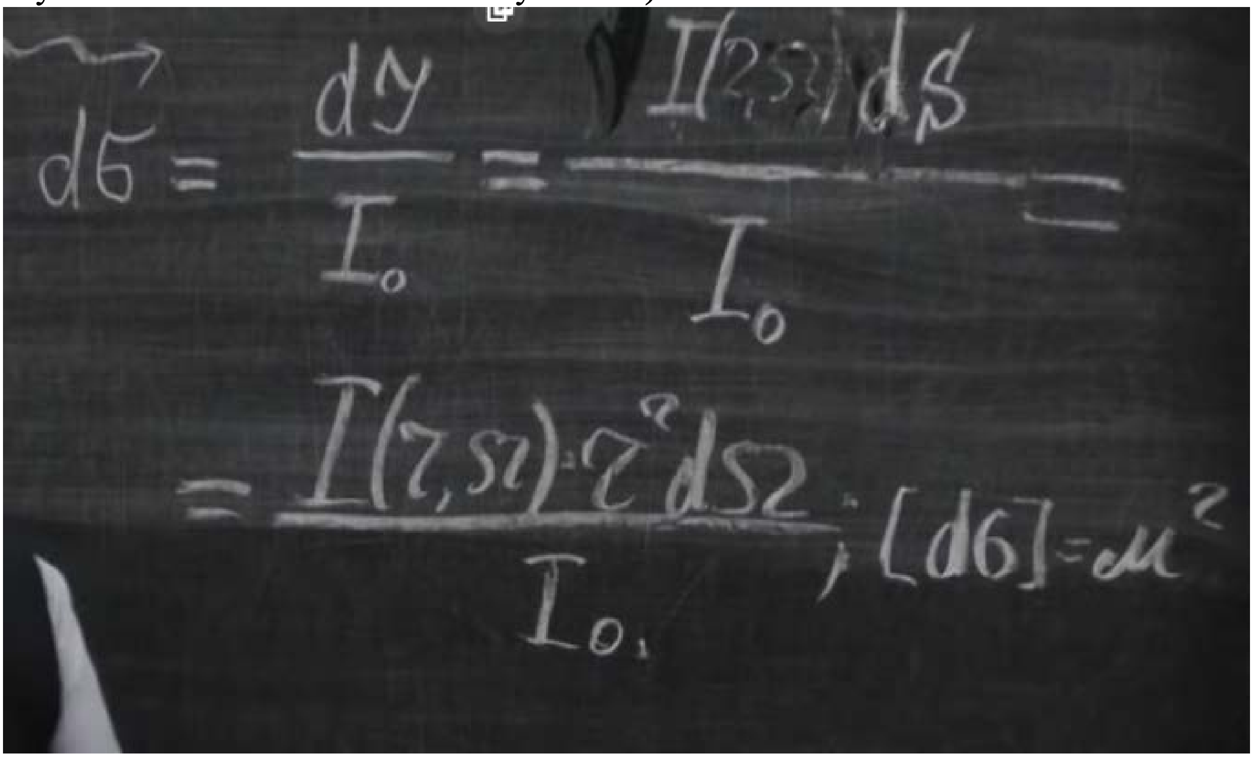
В свою очередь, Релей может быть вызван чем-то мелким! Настолько мелким, что его размеры много меньше 0,1 - 1микрона – длины волны видимого света. Это уже молекулы какие-нибудь. Вот и имеем две причины: или эти молекулы двигаются с разными скоростями (то есть температура тела разная и зависит от точки), или мы добавили какую-то примесь со «враждебными» молекулами!

А теперь давайте введём новые физические величины!

Первая: дифференциальное сечение рассеяния (да, и здесь оно).



В результате рассеяние исходный плоский пучок света интенсивность I_0 выпихивает под разными углами. Ну вот мы взяли некий пучок света с телесным углом $d\Omega$ (напомним, что это отношение площади вершины «кулька» dS как высоте этого «кулька» r)



Тогда сечение определим как отношение потока энергии через ту площадь на вершине кулька, делённую на интенсивность. Поток можем записать как произведение интенсивности (не начальной, а уже рассеянной волны в кульке!) на площадь (см. картинку выше).

Вторая на очереди – просто сечение. Это просто отношение потока энергии, прошедшее через некоторую площадь, к интенсивности.

Ещё одна физическая величина – К – коэф рассеяния. Это отношение потока конечных, рассеянных волн, к начальному потоку энергии.

$$K_z = \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}_0(S)} = \frac{\mathcal{J}}{I_0 \cdot S} = \frac{\sigma}{S};$$

Русаков старательно избегает вопроса, что же за площадь тут у нас фигурирует. Как я понимаю, это некая сфера. Сечение пропорционально площади, так что от радиуса тут зависимости нет.

Последняя физическая величина, кстати, самая простая, потому не содержит сечений и вообще трёхмерной составляющей.

Представим себе распространение волны вдоль оси z. Вот интенсивность при аппликате z I(z), вот при аппликате z+dz I(z+dz). Они будут отличаться, потому что часть интенсивности пропадёт из-за рассеяния.

Какая часть волны рассеится? Понятно, что она пропорциональна начальной интенсивности I(z) и расстоянию dz. Коэффициент пропорциональности обозначается α_z – т.н. линейный коэф-нт рассеяния.

$$dI_0 = I_0(z+dz) - I_0(z) = -\alpha_z I_0(z)\,dz$$

$$I_0(z) = I_0(0)\cdot e^{-\alpha_s \cdot z} = I_0(0)\, e^{-\frac{z}{1/\alpha_s}}$$

Если проинтегрировать, то можно получить экспоненциальный закон убывания интенсивности (см. выше)

Для чистой воды величина, обратная линейному коэфу рассеяния составляет примерно – 200 метров

Для воздуха – до 40 км.

Оказывается, что линейный коэффициент рассеяния можно выразить через концетрацию рассеивателей: α=n*σ, где n – концетрация рассеивателей, а σ –

сечение. Перевожу на русский: свет тем интенсивней рассеивается, чем больше рассеивателей в единице объёма (концетрация) и чем больше вероятность свету рассеяться на каждому (сечение… попахивает ядеркой, ну ладно. И то, и то говно ведь)

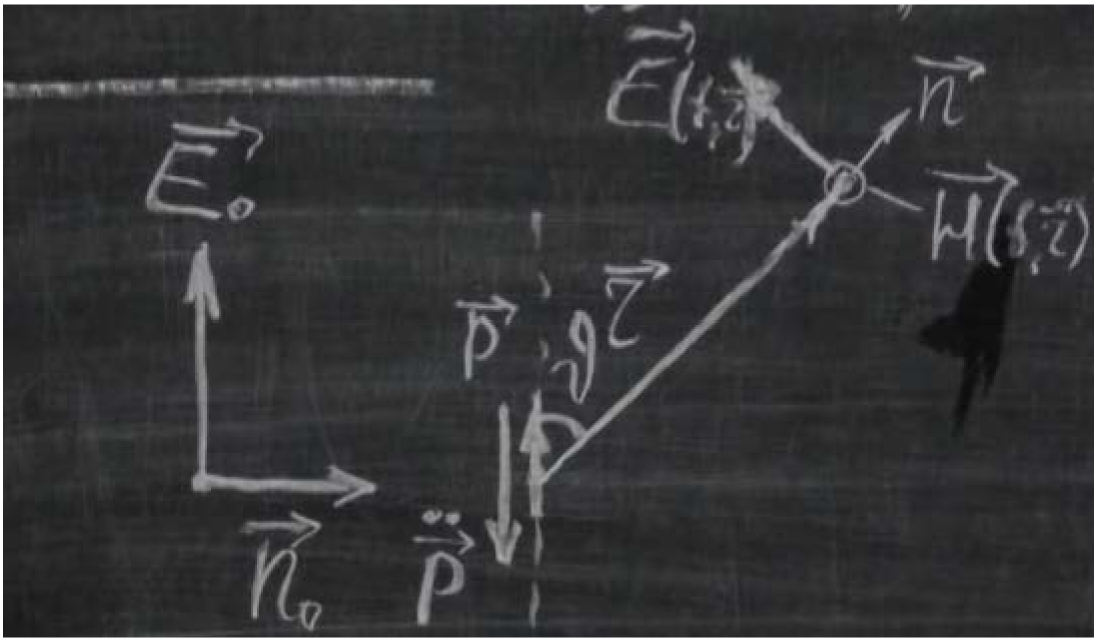
Теперь едем дальше. Рассмотрим рассеяние на элементарном рассеивателе. Вот распространяется линейно поляризованная волна в вакууме… и налетает она на элементарный рассеиватель, размеры которого l <<λ (Релеевское приближение). Например, таким рассеивателем может быть молекула.
От поля в суммарно незаряженной молекуле возникает дипольный момент. Он сонаправлен **E** в центре молекулы. Но так как **E** периодически меняется, то также периодически с той же частотой меняется и дипольный момент **p**.
Найдём **E**(t,**r**) и **H**(t,**r**).
Будем считать l<<λ (Релеевское приближение) и r>>l.
Можно показать, что

$$\vec{H}(t,\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi c r}\left[\vec{n}\,\ddot{\vec{p}}(t-r/c)\right]$$

И

$$\vec{E}(t,\vec{r}) = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r}\left[\vec{n}\left[\vec{n}\,\ddot{\vec{p}}(t-r/c)\right]\right]$$

Немного поговорим, куда направлены эти вектора.



Оказывается, H направлен перпендикулярно плоскости с **p** и **r**, а вот **E** перпендикулярен и **r**, и **H.**

Найдём теперь интенсивности. Для этого нужно возвести в квадрат **E** и усреднить по времени. Тем самым I(**r**) будет функцией только радиус-вектора, но не времени.

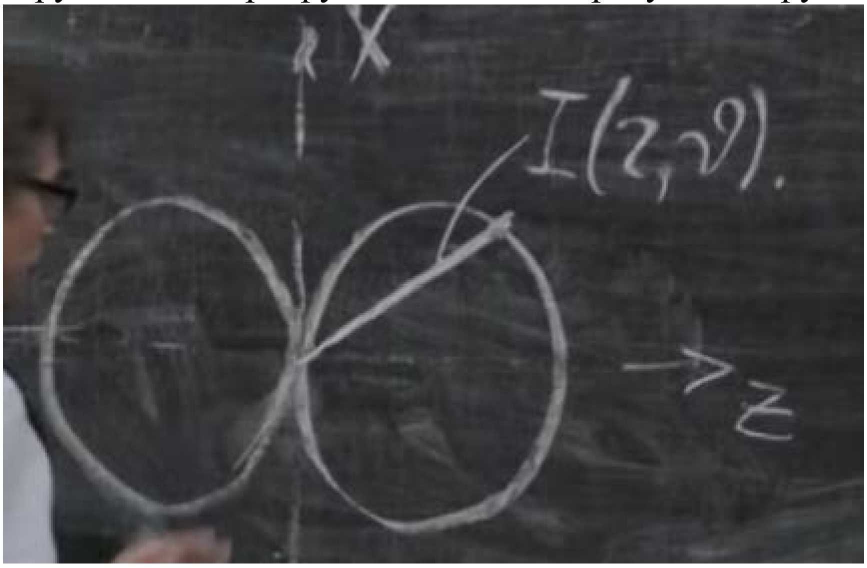
Оказывается, что I с точностью до размерной константы

$$I(\vartheta) = \frac{\omega^4}{(4\pi\varepsilon_0 c^3 r)^2}\,\overline{p^2}\,\sin^2\vartheta.$$

(для удобства, чтобы избавиться от векторов, мы ввели угол θ (см. предпоследнюю картинку))

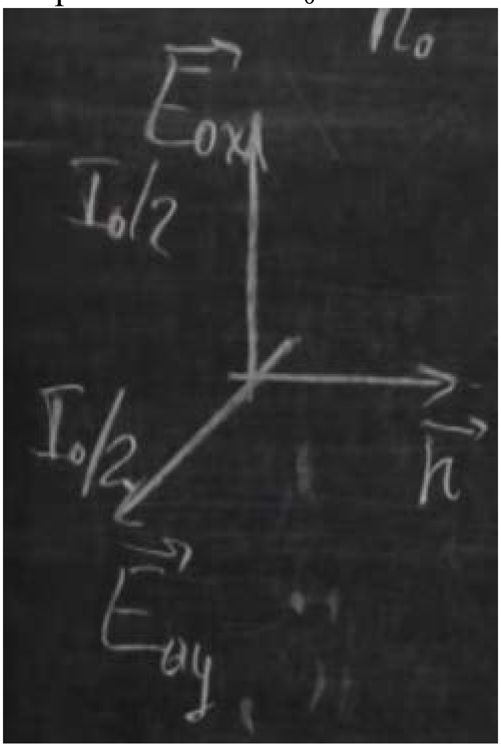
Это и есть закон Релея. Размерные константы помнить необязательно (тем более что I здесь как записано как квадрат E пополам, а там надо ещё на что-то домножить). А вот что надо запомнить, так это зависимость от частоты аж в четвёртой степени в числителе и от квадрата расстояния в знаменателе. Заметим, (и это заметил Русаков), то, что r стоит в степени -2, как раз логично: произведение интенсивности на площадь, т.е. поток энергии, не должно зависеть от радиуса. А площадь сферы как раз пропорциональна квадрату радиуса.

Теперь представим себе индикатрису рассеяния. Это не так сложно: просто вдоль каждого **r** построим I(r) сонаправлено **r**. Получим как раз индикатрису рассеяния. Как она выглядит? Как бублик без дырки: представьте себе бублик с нулевым радиусом дырки. Или, если вам так удобнее, взяли окружность и прокрутили её на 180 градусов вокруг одной из своих точек.

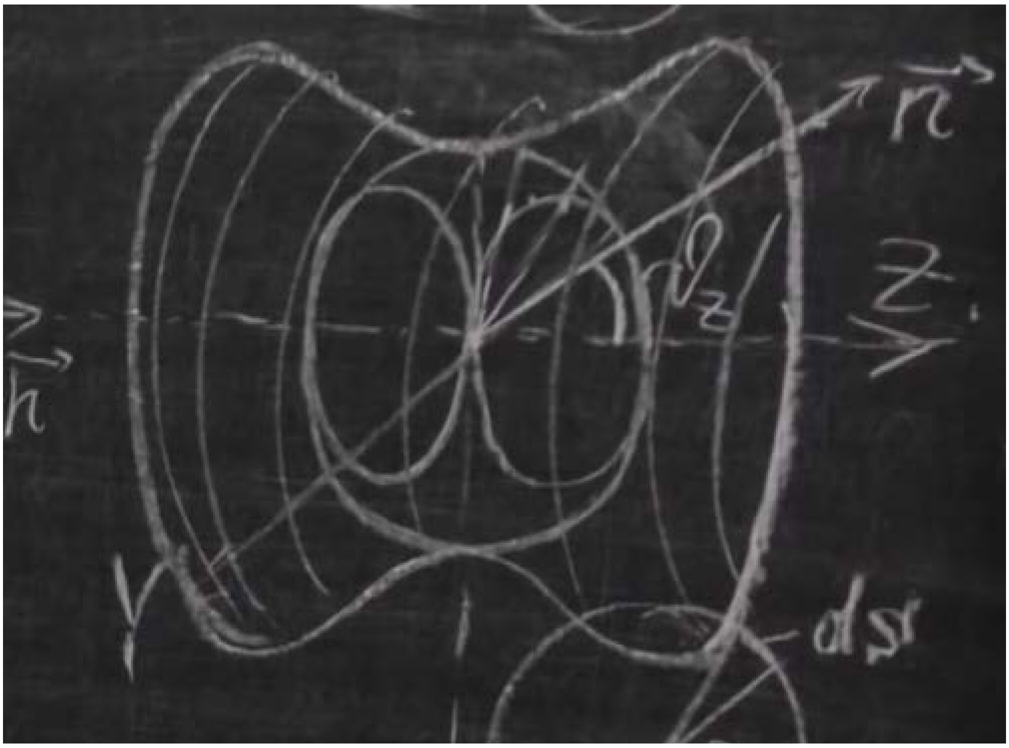


(на рисунке – сечение индикатрисы)
Видно, что минимум интенсивности (0) в любом направлении в плоскости, перпендикулярной оси z, а максимум – вдоль неё.

А что, если начальный свет не линейно поляризован? Нужно рассмотреть её как сумму двух линейно поляризованных. Тогда и индикатриса будет другая. Например, если изначально волна разлагалась в сумму двух с напряжённостью $E_0/2$



То индикатриса примет какую-то такую форму.



Причём она будет симметрична относительно оси z (тело вращения), т.е. интенсивность будет определяться лишь углом v_z (см. Рис)
Найдём поток рассеяния, или мощность рассеивания.
Для этого нужно взять произвольную сферу радиусом r и проинтегрировать поток интенсивности через неё. Так как у нас сфера, r константа и выносится за знак интеграла, так что I является лишь функцией v.
Перейдя в сферические координаты и выразив v нужным образом, получим:

$$J = \frac{\omega^4 \overline{p^2}}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$$

Сейчас будет куча заумных теорий и формул. Русаков сказал, что вывод знать не обязательно, но надо знать сами формулы и в рамках, каких предположениях они получены.

Молекулярное рассеяние света

Молекулярное рассеяние – рэлеевское (упругое, при $r \ll \lambda$) рассеяние света на тепловых статистически независимых флуктуациях оптических свойств макроскопически однородной среды, не содержащей примесей.

аа

А. Статистическая теория рассеяния

Для разреженных газов – в 1908 г. (польск.) Мариан Смолуховский.
Для жидкостей – в 1910 г. (немецк.) Альберт Эйнштейн.

Основные положения:

- размеры оптических неоднородностей малы по сравнению с длиной волны света;
- положение каждой области неоднородности не зависит от положений других областей;
- взаимодействием областей неоднородности можно пренебречь.

Основная причина статистических (тепловых) флуктуаций оптических свойств – флуктуация плотности среды. При этом будет флуктуировать и диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T)$:

$$\Delta\varepsilon = \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T \Delta\rho + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_\rho \Delta T \cong \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T \Delta\rho.$$

Сейчас тут пойдёт 100500 однотипных формул. Я НЕ рекомендую заучивать эти формулы. Не, ну серьёзно. На экзе, если преп будет адекватный, ему гораздо важнее ваше понимание, чё происходит, нежели знание формул. Камон, мы в 21 веке: учёному важно понимать, чё и почему происходит, а формулы всегда можно будет загуглить.

Обратите внимание: везде будет $\omega^4\sin^2\theta$ в числителе и r^2 в знаменателе, в соответствии с формулой Релея. Но ещё будет куча весёлых (в отличие от, надо полагать, читателя) коэффициентов.

Итак, для газов

$$I = \sum_j I_j \cong I_0 \frac{\omega^4}{(4\pi c^2 r)^2}\left(\rho\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T^2 \sum_j \overline{(\Delta V_j)^2}\sin^2\vartheta.$$

А для жидкостей ещё более сложная формула. Она называется формулой Эйнштейна:

$$\boxed{I = I_0 \frac{\omega^4}{(4\pi c^2 r)^2}\left(\rho\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T^2 V\beta_T kT\sin^2\vartheta.}$$

Но, если воспользоваться уравнениями идеального газа (а ими пользоваться, если газ разреженный), то формула упростится до так называемой формулы Релея (ещё одной… да сколько их там у него)

$$\boxed{I = I_0 \frac{\omega^4}{(4\pi c^2 r)^2}4(n-1)^2\frac{V}{N}\sin^2\vartheta.}$$

Также рассеяние может происходить и за счёт того, что в фазу внедрена примесь. Естественно, и на этот случай есть формула. Она открыта, как вы уже догадались, Релеем:

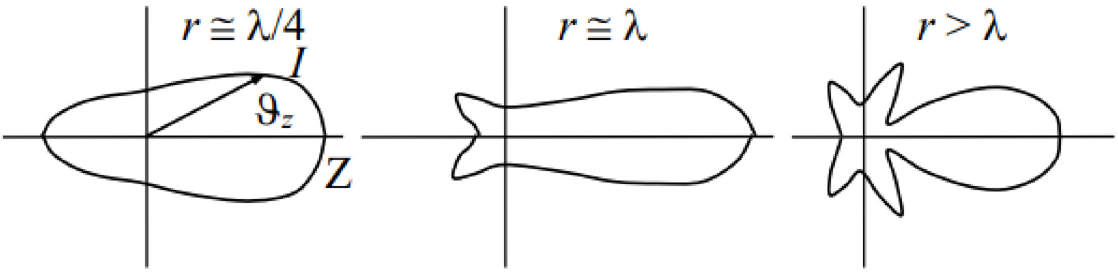
$$I = NVI_1 = I_0 NV\left(\frac{3\varepsilon}{4\pi c^2 r}\right)^2 \omega^4 V_1^2 \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon}\right)^2 \sin^2 \vartheta .$$

Стоит обратить внимание на сильную зависимость от размером «шариков» примеси: I пропорционально квадрату объёма, то есть радиусу аж в четвёртой степени.

Это всё было рассеяние Релея… Перейдём к рассеянию Ми. Напоминаю: рассеяние Ми – это когда размеры неоднороcтей равны или больше длины волны. Но все ещё частоты всех рассеянных волн равны исходной, так что не такое уж это и поганое рассеяние.

Что про него следует запомнить?

1) Индикатриса сильно усложняется. Как видно из картинок, чем больше размеры, тем чудесатее картинка – появляются некие максимумы и минимумы, так называемые резонансы Ми. Тут уже роль начинает играть дифракция.

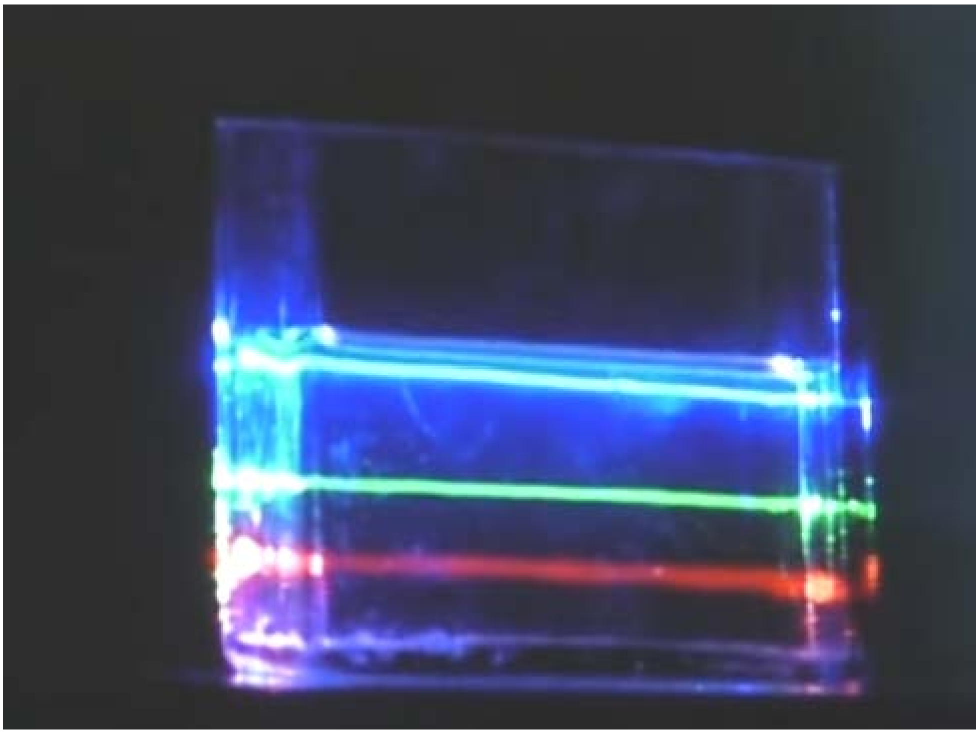


2) Рассеянный свет частично поляризованный, даже если исходный свет был вообще неполяризованный.

3) Слабая зависимость интенсивности от длины волны (или от частоты). Вспомним закон Релея – ω АЖ В ЧЕТВЁРТОЙ, КАРЛ! Здесь зависимость слабая.

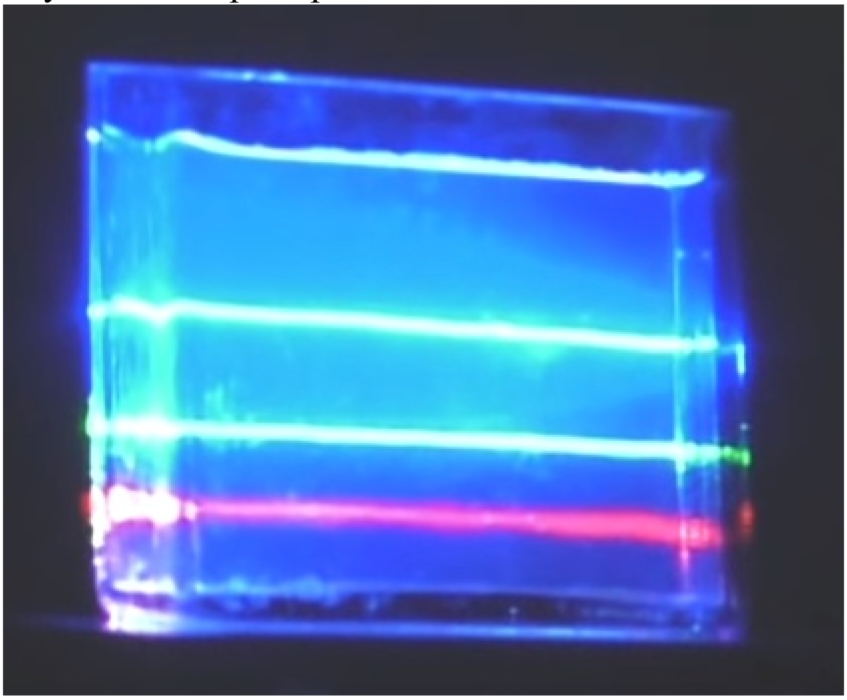
Давайте для закрепления материала посмотрим эксперимент на рассеяние Релея. В банку с водой бахнули химии какой-то. Не будем вдаваться в химию, но скажем, что размеры инородных частиц будут расти со временем. До рассеяния Ми, впрочем, дело не дойдёт.

Вначале три разноцветных лазера:

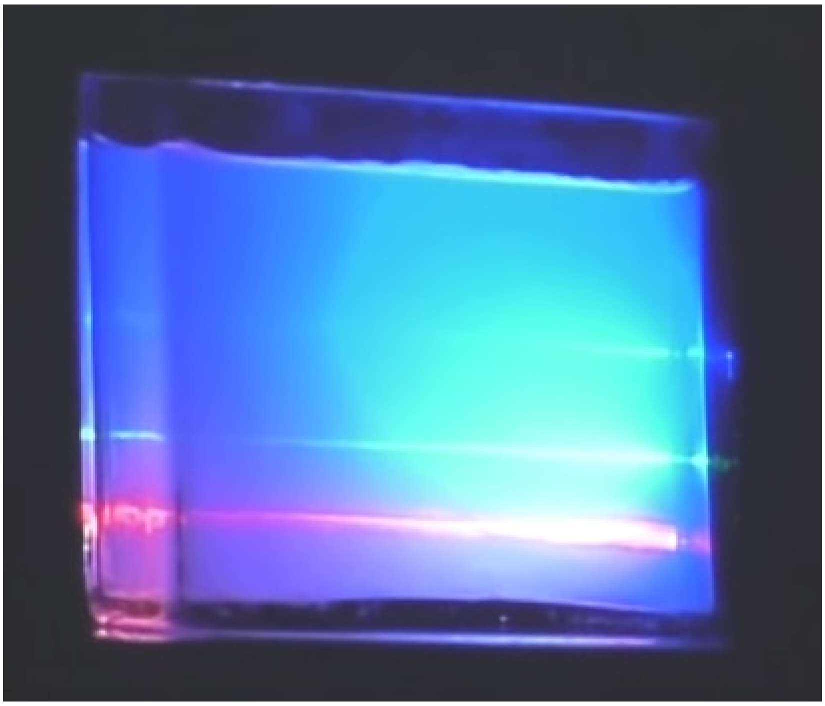


- Наливайте, Юрий Иванович. Можно покрепче раствор, - Вячеслав Серафимович Русаков приказывает дядьке-лабнику.

Спустя некоторое время:



Пока размеры частиц маленькие, и у нас действует Релей: наибольшая частота у синего лазера, и он рассеивается больше всего (помните же ω^4?). Зелёный поменьше, красному пока что вообще по барабану.



Синий уже пропал, а его пятно как раз смахивает на сечение индикатрисы. Зелёного уже тоже начало вовсю плючить, красный плющится, но плющится пока что очень слабо. Частота у него маленькая!

Перейдём к очень плохим рассеяниям – неупругим, где даже частота не сохраняется. Это тема билета 41.

Рассеяние Мандельштама-Бриллюена или как там его (ну который в квантах нассал своими зонами, но ему этого показалось мало, он ещё и в оптике нассал). Оно вызвано чем-то, не слишком малым по сравнением с длиной волны (как Ми). А именно, волнами плотности в среде. А волны – это периодические в пространстве структуры, а коли так, то будет дифракция. Максимум интенсивности будет в направлении, которое можно получить по формуле Брегга-Вульфа (см. дифракцию).

Давайте попытаемся написать хоть что-то количественное и при этом не убийственно сложное.

$$E(t) \sim E_0(t) \cdot \delta\rho(t) \sim \cos(\omega_0 t) \cdot \cos(\Omega t) = \frac{\cos((\omega_0 - \Omega)t) + \cos((\omega_0 + \Omega)t)}{2}.$$

В рассеянном свете наблюдаются **стоксов** и **антистоксов** сателлиты с частотами $\omega_0 - \Omega$ и $\omega_0 + \Omega$ – **компоненты Мандельштама-Бриллюэна** (тонкая структура спектральной линии Рэлея).

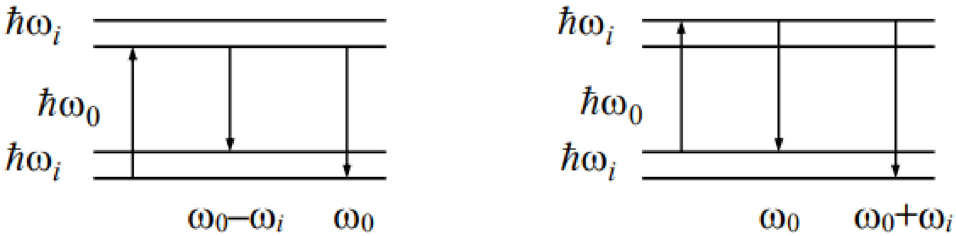
А именно, амплитуда рассеянной волны пропорционально, с одной стороны, периодическим флуктуациям плотности с частотой Ω, так и начальному свету. Преобразуя произведение косинусов в их сумму, вот и получаем, что в заданном направлении могут распространяться две волны с разной частотой – компоненты Мандельштама-Бриллюена.

Однако на эти две волны ещё накладывается рассеяние Релея (или же Ми): – температурные флуктуации никто не отменял. Ещё раз повторим: упругие волны вызваны хаотическим, тепловым движением молекул, а вот неупругие, как Мандельштам-Бриллюен – периодическим флуктуациям плотности. Так что у нас будут не два явных пика, а они будут размываться из-за Релея.

The last enemy is комбинационное рассеяние (оно же эффект Рамана) – аналог рассеивания Релея – $r<<\lambda$. Кстати, в твёрдом теле одним из первых его обнаружил Ландсберг. Тот самый, да.
Периодическими флуктуациями плотности оно уже не может быть вызвано. Тут нужно что-то поменьше, на уровне атомов. И при этом нам надо не скатиться к рассеиванию Релея. Оказывается, Раман вызван внутриатомными переходами.
Картинку в студию!

Световой квант (фотон) – $\hbar\omega_0$ ($\hbar \cong 1.05\cdot10^{-34}$ Дж·с).

Квант внутриатомных (внутримолекулярных) колебаний – $\hbar\omega_i$.



Рассеяние света – столкновение фотонов с молекулами.

Упругое столкновение – $\hbar\omega = \hbar\omega_0$, $\omega = \omega_0$.

Неупругое столкновение – $\hbar\omega = \hbar\omega_0 \pm \hbar\omega_i$, $\omega = \omega_0 \pm \omega_i$.

Частота рассеянного света **комбинируется** из частоты падающего света ω_0 и частот ω_i внутримолекулярного колебания.

Если я правильно понял, на поступление в атомы $h\omega_0$ исходного излучения с частотой ω_0 накладываются внутримолекулярные переходы с частотами ω_i. Именно из-за такого комбинированного характера данное рассеяние называется комбинированным.

Закономерности комбинационного рассеяния.

1. В спектре рассеянного света наблюдаются сателлиты, сопровождающие каждую спектральную линию падающего света.

2. Число сателлитов, разности частот спектральной линии и сателлитов $\Delta\nu_i \sim 10^{12}$Гц, характер их поляризации, не зависят от частоты спектральной линии и характерны для рассеивающего вещества.

3. Сателлиты образуют две симметричные системы линий относительно спектральной линии падающей волны: с меньшими частотами – красные (стоксовы), с большими – фиолетовые (антистоксовы).

4. Интенсивности красных спутников значительно больше, чем фиолетовых, с повышением температуры интенсивности их быстро выравниваются.

Давайте я прокомментирую четвёртый пункт, как это сделал Русаков. При малых температурах заполнены в основном нижние уровни, а верхние пустоваты. Таким образом, вероятность левой картинки гораздо больше. Но при достаточно больших заполненности быстро уравниваются, и следовательно, уравниваются вероятности как левой, так и правой картинки.